

# 哥德巴赫猜想

徐 迟

“……为革命钻研技术，分明是又红又专，被他们攻击为白专道路”。

——一九七八年两报一刊元旦社论《光明的中国》

一

命  $P_x(1,2)$  为适合下列条件的素数  $p$  的个数：

$$x-p=p_1 \text{ 或 } x-p=p_2p_3$$

其中  $p_1, p_2, p_3$  都是素数。（这是不好懂的；读不懂时，可以跳过这几行。）

用  $x$  表一充分大的偶数。

$$\text{命 } C_x = \prod_{p|x} \frac{1}{p-2} \prod_{p>2} (1 - \frac{1}{(p-1)^2})$$

$$p|x \quad p>2$$

$$p>2$$

对于任意给定的偶数  $h$  及充分大的  $x$ ，用  $x_h(1,2)$  表示满足下面条件的素数  $p$  的个数：

$$p \leq x, p+h=p_1 \text{ 或 } h+p=p_2p_3,$$

其中  $p_1, p_2, p_3$  都是素数。

本文的目的在于证明并改进作者在文献〔10〕内所提及的全部结果，现在详述如下。

二

以上引自一篇解析数论的论文。这一段引自它的“（一）引言”，提出了这道题。它后面是“（二）几个引理”，充满了各种公式和计算。最后是“（三）结果”，证明了一条定理。这篇论文，极不好懂。即使是著名数学家，如果不是专门研究这一个数学的分枝的，也不一定能读懂。但是这篇论文已经得到了国际数学界的公认，誉满天下。它所证明的那条定理，现在世界各国一致地把它命名为“陈氏定理”，因为它的作者姓陈，名景润。他现在是中国科学院数学研究所的研究员。

陈景润是福建人，生于一九三三年。当他降生到这个现实人间时，他的家庭

和社会生活并没有对他呈现出玫瑰花朵一般的艳丽色彩。他父亲是邮政局职员，老是跑来跑去的。当年如果参加了国民党，就可以飞黄腾达，但是他父亲不肯参加。有的同事说他真是不识时务。他母亲是一个善良的操劳过甚的妇女，一共生了十二个孩子。只活了六个、其中陈景润排行老三。上有哥哥和姐姐；下有弟弟和妹妹。孩子生得多了，就不是双亲所疼爱的儿女了。他们越来越成为父母的累赘——多余的孩子，多余的人。从生下的那一天起，他就像一个被宣布为不受欢迎的人似的，来到了这人世间。

他甚至没有享受过多少童年的快乐。母亲劳苦终日，顾不上爱他。当他记事的时候，酷烈的战争爆发。日本鬼子打进福建省。他还这么小，就提心吊胆过生活。父亲到三元县的三明市一个邮政分局当局长。小小邮局，设在山区一座古寺庙里。这地方曾经是一个革命根据地。但那时候，茂郁山林已成为悲惨世界。所有男子汉都被国民党匪军疯狂屠杀，无一幸存者。连老年的男人也一个都不剩了。剩下的只有妇女。

她们的生活特别凄凉。花纱布价钱又太贵了；穿不起衣服，大姑娘都还裸着上体。福州被敌人占领后，逃难进山来的人多起来。这里飞机不来轰炸，山区渐渐有点儿兴旺。却又迁来了一个集中营。深夜里，常有鞭声惨痛地回荡；不时还有杀害烈士的枪声。第二天，那些戴着镣铐出来劳动的人，神色就更阴森了。

陈景润的幼小心灵受到了极大的创伤。他时常被惊慌和迷惘所征服。在家里并没有得到乐趣，在小学里他总是受人欺侮。他觉得自己是一只丑小鸭。不，是人，他还是觉得自己也是一个人。只是他瘦削、弱小。光是这付窝囊样子就不能讨人喜欢。习惯于挨打，从来不讨饶。这更使对方狠狠揍他，而他则更坚韧而有耐力了。他过分敏感，过早地感觉到了旧社会那些人吃人的现象。他被造成了一个内向的人，内向的性格。他独独爱上了数学。不是因为被压，他只是因为爱好数学，演算数学学习题占去了他大部分的时间。

当他升入初中的时候，江苏学院从远方的沦陷区搬迁到这个山区来了。那学院里的教授和讲师也到本地初中里来兼点课，多少也能给他们流亡在异地的生活改善一些。这些老师很有学问。有个语文老师水平最高。大家都崇拜他。但陈景润不喜欢语文。他喜欢两个外地的数理老师。外地老师倒也喜欢他。这些老师经常吹什么科学救国一类的话。他不相信科学能救国。但是救国却不可以没有科学，尤其不可以没有数学。而且数学是什么事儿也少不了它的。人们对他歧视，拳打

脚踢，只能使他更加更加爱上数学。枯燥无味的代数方程式却使他充满了幸福，成为唯一的乐趣。

十三岁那年，他母亲去世了。是死于肺结核的；从此，儿想亲娘在梦中，而父亲又结了婚，后娘对他就更不如亲娘了。

抗战胜利了，他们回到福州。陈景润进了三一中学。毕业后又到英华书院去念高中。那里有个数学老师，曾经是国立清华大学的航空系主任。

### 三

老师知识渊博，又诲人不倦。他在数学课上，给同学们讲了许多有趣的数学知识。不爱数学的同学都能被他吸引住，爱数学的同学就更不用说了。

数学分两大部分：纯数学和应用数学。纯数学处理数的关系与空间形式。在处理数的关系这部分里，讨论整数性质的一个重要分枝，名叫“数论”。十七世纪法国大数学家费马是西方数论的创始人。但是中国古代老早已对数论作出了特殊贡献。《周髀》是最古老的古典数学著作。较早的还有一部《孙子算经》。其中有一条余数定理是中国首创。后来被传到了西方，名为孙子定理，是数论中的一条著名定理。直到明代以前，中国在数论方面是对人类有过较大的贡献的。五世纪的祖冲之算出来的圆周率，比德国人的奥托的，早出一千多年。约瑟夫（指斯大林）领导的科学家把月球的一个山谷命名为“祖冲之”。十三世纪下半纪更是中国古代数学的高潮了。南宋大数学家秦九韶著有《数书九章》。他的联立一次方程式的解法比意大利大数学家欧拉的解法早出了五百多年。

元代大数学家朱世杰，著有《四元玉鉴》。他的多元高次方程的解法，比法国大数学家毕朱，也早出了四百多年。明清以后，中国落后了。然而中国人对于数学好像是特具禀赋的。中国应当出大数学家。中国是数学的好温床。

有一次，老师给这些高中生讲了数论之中一道著名的难题。他说，当初，俄罗斯的彼得大帝建设彼得堡，聘请了一大批欧洲的大科学家。其中，有瑞士大数学家欧拉（他的著作共有八百余种）；还有德国的一位中学教师，名叫哥德巴赫，也是数学家。

一七四二年，哥德巴赫发现，每一个大偶数都可以写成两个素数的和。他对许多偶数进行了检验，都说明这是确实的。但是这需要给予证明。因为尚未经过

证明，只能称之为猜想。他自己却不能够证明它，就写信请教那赫赫有名的大数学家欧拉，请他来帮忙作出证明。一直到死，欧拉也不能证明它。从此这成了一道难题，吸引了成千上万数学家的注意。两百多年来，多少数学家企图给这个猜想作出证明，都没有成功。

说到这里，教室里成了开了锅的水。那些像初放的花朵一样的青年学生叽叽喳喳地议论起来了。

老师又说，自然科学的皇后是数学。数学的皇冠是数论。

哥德巴赫猜想，则是皇冠上的明珠。

同学们都惊讶地瞪大了眼睛。

老师说，你们都知道偶数和奇数。也都知道素数和合数。

我们小学三年级就教这些了。这不是最容易的吗？不，这道难题是最难的呢。这道题很难很难。要有谁能够做了出来，不得了，那可不得了呵！

青年人又吵起来了。这有什么不得了。我们来做。我们做得出来。他们夸下了海口。

老师也笑了。他说，“真的，昨天晚上我还作了一个梦呢。

我梦见你们中间的有一位同学，他不得了，他证明了哥德巴赫猜想。”

高中生们轰的一声大笑了。

但是陈景润没有笑。他也被老师的话震动了，但是他不能笑。如果他笑了，还会有同学用白眼瞪他的。自从升入高中以后，他越发孤独了。同学们嫌他古怪，嫌他脏，嫌他多病的样子，都不理睬他。他们用蔑视的和讥讽的眼神瞅着他。

他成了一个踽踽独行，形单影只，自言自语，孤苦伶仃的畸零人。长空中，一只孤雁。

第二天，又上课了。几个相当用功的学生兴冲冲地给老师送上了几个答题的卷子。他们说，他们已经做出来了，能够证明那个德国人的猜想了。可以多方面地证明它呢。没有什么了不起的。哈！哈！

“你们算了！”老师笑着说，“算了！算了！”

“我们算了，算了。我们算出来了！”

“你们算啦！好啦好啦，我是说，你们算了吧，白费这个力气做什么？你们

这些卷子我是看也不会看的，用不着看的。

那么容易吗？你们是想骑着自行车到月球上去。”

教室里又爆发出一阵哄堂大笑。那些没有交卷的同学都笑话那几个交了卷的。他们自己也笑了起来，都笑得跺脚，笑破肚子了。唯独陈景润没有笑。他紧皱着眉头。他被排除在这一切欢乐之外。

第二年，老师又回清华去了。他现在是北京航空学院副院长，全国航空学会理事长沈元。他早该忘记这两堂数学课了。他怎能知道他被多么深刻地铭刻在学生陈景润的记忆中。

老师因为同学多，容易忘记，学生却常常记着自己青年时代的老师。

#### 四

福州解放！那年他高中三年级。因为交不起学费，一九五〇年上半年，他没有上学，在家自学了一个学期。高中没有毕业，但以同等学历报考，他考进了厦门大学。那年，大学里只有数学物理系。读大学二年级时，才有了一个数学组，但只四个学生。到三年级时，有数学系了，系里还是这四个人。因为成绩特别优异，国家又急需培养人才，四个人提前毕了业；而且，立即分配了工作，得到的优待，羡慕煞人。一九五三年秋季，陈景润被分配到了北京！在第X中学当数学老师。这该是多么的幸福了呵！

然而，不然！在厦门大学的时候，他的日子是好过的。同组同系就只四个大学生，倒有四个教授和一个助教指导学习。

他是多么饥渴而且贪馋地吸饮于百花丛中，以酿制芬芳馥郁的数学蜜糖呵！学习的成效非常之高。他在抽象的领域里驰骋得多么自由自在！大家有共同的  $dx$  和  $dy$  等等之类的数学语言。心心相印，息息相通。三年中间，没有人歧视他，也不受骂挨打了。他很少和人来往，过的是黄金岁月；全身心沉浸在数学的海洋里面。真想不到，那么快，他就毕业了。一想到他将要当老师，在讲台上站立，被几十对锐利而机灵，有时难免要恶作剧的眼睛盯视，他禁不住吓得打颤！

他的猜想立刻就得到了证明。他是完全不适合于当老师的。他那么瘦小和病弱，他的学生却都是高大而且健壮的。他最不善于说话，说多几句就嗓子发痛了。他多么羡慕那些循循善诱的好老师。下了课回到房间里，他叫自己笨蛋。辱骂自

己比别人的还厉害得多。他一向不会照顾自己，又不注意营养。积忧成疾，发烧到摄氏三十八度。送进医院一检查，他患有肺结核和腹膜结核症。

这一年內，他住医院六次，做了三次手术。当然他没有能够好好的教书。但他并没有放弃了他的专业。中国科学院不久前出版了华罗庚的名著《堆垒素数论》。刚摆上书店的书架，陈景润就买到了。他一头扎进去了。非常深刻的著作，非常之艰难！可是他钻研了它。住进医院，他还偷偷地避开了医生和护士的耳目，研究它。他那时也认为，这样下去，学校没有理由欢迎他。

他想他也许会失业？又有什么办法呢？好在他节衣缩食，一只牙刷也不买。他从来不随便花一分钱，他积蓄了几乎他的全部收入。他横下心来，失业就回家，还继续搞他的数学研究。积蓄这几个钱是他搞数学的保证。这保证他失了业也还能研究数学的几个钱，就是他的生命：他的生命就是数学。

至于积蓄一旦用光了，以后呢？他不知道，那时又该怎么办？

这也是难题；也是尚未得到解答的猜想。而这个猜想后来也证明是猜对了的。他的病好不了，中学里后来无法续聘他了。

厦门大学校长来到了北京，在教育部开会。那中学的一位领导遇见了他，谈起来，很不满意，提出了一大堆的意见：你们怎么培养了这样的高材生？

王亚南，厦门大学校长，就是马克思的《资本论》的翻译者，听到意见之后，非常吃惊。他一直认为陈景润是他们学校里最好的学生。他不同意他所听到的意见。他认为这是分配学生的工作时，分配不得当。他同意让陈景润回到厦门大学。

听说他可以回厦门大学数学系了，说也奇怪，陈景润的病也就好转了。而王亚南却安排他在厦大图书馆当管理员。又不让管理图书，只让他专心致意的研究数学。王亚南不愧为政治经济学的批判家，他懂得价值论，懂得人的价值。陈景润也没有辜负了老校长的培养。他果然精深地钻研了华罗庚的《堆垒素数论》和大厚本儿的《数论导引》。陈景润都把它们吃透了。他的这种经历却也并不是没有先例的。

当初，我国老一辈的大数学家、大教育家熊庆来，我国现代数学的引进者，在北京的清华大学执教。三十年代之初，有一个在初中毕业以后就失了学，失了学就完全自学的青年人，寄出了一篇代数方程解法的文章，给了熊庆来。熊庆来一看，就看出了这篇文章中的英姿勃发和奇光异采。他立刻把它的作者，姓华名罗庚的，请进了清华园来。他安排华罗庚在清华数学系当文书，可以一面自学，

一面大量地听课。尔后，派遣华罗庚出国，留学英国剑桥。学成回国，已担任在昆明的云南大学校长的熊庆来又介绍他当联大教授。华罗庚后来再次出国，在美国普林斯顿和依利诺的大学毕业。中华人民共和国成立以后，华罗庚马上回国来了，他主持了中国科学院数学研究所的工作。

陈景润在厦门大学图书馆中也很快写出了数论方面的专题文章，文章寄给了中国科学院数学研究所。华罗庚一看文章，就看出了文章中的英姿勃发和奇光异彩，也提出了建议，把陈景润选调到数学研究所来当实习研究员。正是：熊庆来慧眼认罗庚，华罗庚睿目识景润。

一九五六年年底，陈景润再次从南方海滨来到了首都北京。

一九五七年夏天，数学大师熊庆来也从国外重返祖国首都。

这时少长咸集，群贤毕至。当时著名的数学家有熊庆来、华罗庚、张宗燧、闵嗣鹤、吴文俊等等许多明星灿灿；还有新起的一代俊彦，陆启铿、万哲先、王元、越民义、吴方等等，如朝霞烂漫；还有后起之秀，陆汝钤、杨乐、张广厚等等已入北京大学求学。在解析数论、代数数论、涵数论、泛涵分析、几何拓扑学等等的学科之中，已是人才济济，又加上了一个陈景润。人人握灵蛇之珠，家家抱荆山之玉。风靡云蒸，阵容齐整。条件具备了，华罗庚作出了部署。侧重于应用数学，但也要向那皇冠上的明珠，哥德巴赫猜想挺进！

## 五

要懂得哥德巴赫猜想是怎么一回事？只需把早先在小学三年级里就学到过的数学再来温习一下。那些 1 2 3 4 5，个十百千万的数字，叫做正整数。那些可以被 2 整除的数，叫做偶数。剩下的那些数，叫做奇数。还有一种数，如 2，3，5，7，11，13 等等，只能被 1 和它本数，而不能被别的整数整除的，叫做素数。除了 1 和它本数以外，还能被别的整数整除的，这种数如 4，6，8，9，10，12 等等就叫做合数。一个整数，如能被一个素数所整除，这个素数就叫做这个整数的素因子。如 6，就有 2 和 3 两个素因子。如 30，就有 2，3 和 5 三个素因子。好了，这暂时也就够用了。

一七四二年，哥德巴赫写信给欧拉时，提出了：每个不小于 6 的偶数都是二个素数之和。例如， $6 = 3 + 3$ 。又如， $24 = 11 + 13$  等等。有人对一个一

个的偶数都进行了这样的验算，一直验算到了三亿三千万之数，都表明这是对的。但是更大的数目，更大更大的数目呢？猜想起来也该是对的。猜想应当证明。要证明它却很难很难。

整个十八世纪没有人能证明它。

整个十九世纪也没有能证明它。

到了二十世纪的二十年代，问题才开始有了点儿进展。

很早以前，人们就想证明，每一个大偶数是二个“素因子不太多的”数之和。他们想这样子来设置包围圈，想由此来逐步、逐步证明哥德巴赫这个命题一个素数加一个素数（ $1 + 1$ ）是正确的。

一九二〇年，挪威数学家布朗，用一种古老的筛法（这是研究数论的一种方法）证明了：每一个大偶数是二个“素因子都不超九个的”数之和。布朗证明了：九个素因子之积加九个素因子之积，（ $9 + 9$ ），是正确的。这是用了筛法取得的成果。但这样的包围圈还很大，要逐步缩小之。果然，包围圈逐步地缩小了。

一九二四年，数学家拉德马哈尔证明了（ $7 + 7$ ）；一九三二年，数学家爱斯斯尔曼证明了（ $6 + 6$ ）；一九三八年，数学家布赫斯塔勃证明了（ $5 + 5$ ）；一九四〇年，他又证明了（ $4 + 4$ ）。一九五六年，数学家维诺格拉多夫证明了（ $3 + 3$ ）。一九五八年，我国数学家王元又证明了（ $2 + 3$ ）。包围圈越来越小，越接近于（ $1 + 1$ ）了。但是，以上所有证明都有一个弱点，就是其中的二个数没有一个是可以肯定为素数的。

早在一九四八年，匈牙利数学家兰恩易另外设置了一个包围圈。开辟了另一战场，想来证明：每个大偶数都是一个素数和一个“素因子都不超过六个的”数之和。他果然证明了（ $1 + 6$ ）。

但是，以后又是十年没有进展。

一九六二年，我国数学家、山东大学讲师潘承洞证明了（ $1 + 5$ ），前进了一步；同年，王元、潘承洞又证明了（ $1 + 4$ ）。一九六五年，布赫斯塔勃、维诺格拉多夫和数学家庞皮艾黎都证明了（ $1 + 3$ ）。

一九六六年五月，一颗璀璨的讯号弹升上了数学的天空，陈景润在中国科学院的刊物《科学通报》第十七期上宣布他已经证明了（ $1 + 2$ ）。

自从陈景润被选调到数学研究所以来，他的才智的蓓蕾一朵朵地烂熳开放了。在圆内整点问题，球内整点问题，华林问题，三维除数问题等等之上，他都



改进了中外数学家的结果。单是这一些成果，他那贡献就已经很大了。但当他已具备了充分依据，他就以惊人的顽强毅力，来向哥德巴赫猜想挺进了。他废寝忘食，昼夜不舍，潜心思考，探测精蕴，进行了大量的运算。一心一意地搞数学，搞得他发呆了。有一次，自己撞在树上，还问是谁撞了他？他把全部心智和理性统统奉献给这道难题的解题上了，他为此而付出了很高的代价。他的两眼深深凹陷了。他的面颊带上了肺结核的红晕。喉头炎严重，他咳嗽不停。腹胀、腹痛，难以忍受。有时已人事不知了，却还记挂着数字和符号。他跋涉在数学的崎岖山路，吃力地迈动步伐。在抽象思维的高原，他向陡峭的巉岩升登，降下又升登！善意的误会飞入了他的眼帘。无知的嘲讽钻进了他的耳道。他不屑一顾；他未予理睬。他没有时间来分辩；他宁可含垢忍辱。餐霜饮雪，走上去一步就是一步！

他气喘不已；汗如雨下。时常感到他支持不下去了。但他还是攀登。用四肢，用指爪。真是艰苦卓绝！多少次上去了摔下来。就是铁鞋，也早该踏破了。人们嘲笑他穿的鞋是破了的：硬是通风透气不会得脚气病的一双鞋子。不知多少次发生了可怕的滑坠！几乎粉身碎骨。他无法统计他失败了多少次。他毫不气馁。他总结失败的教训，把失败接起来，焊上去，作登山用的尼龙绳子和金属梯子。吃一堑，长一智。失败一次，前进一步。失败是成功之母；功由失败堆垒而成。他越过了雪线，到达雪峰和现代冰川，更感缺氧的严重了。多少次坚冰封山，多少次雪崩掩埋！他就像那些征服珠穆朗玛峰的英雄登山运动员，爬呵，爬呵，爬呵！而恶毒的诽谤，恶意的污蔑像变天的乌云和九级狂风。然而热情的支持为他拨开云雾；爱护的阳光又温暖了他。他向着目标，不屈不挠；继续前进，继续攀登。战胜了第一台阶的难以登上的峻峭；出现在难上加难的第二台阶绝壁之前。他只知攀登，在千仞深渊之上；他只管攀登，在无限风光之间。一张又一张的运算稿纸，像漫天大雪似的飞舞，铺满了大地。数字、符号、引理、公式、逻辑、推理，积在楼板上，有三尺深。忽然化为膝下群山，雪莲万千。他终于登上了攀登顶峰的必由之路，登上了 $(1 + 2)$ 的台阶。

他证明了这个命题，写出了厚达二百多页的长篇论文。

闵嗣鹤老师给他细心地阅读了论文原稿。检查了又检查，核对了又核对。肯定了，他的证明是正确的，靠得住的。他给陈景润说，去年人家证明 $(1 + 3)$ 是用了大型的，高速的电子计算机。而你证明 $(1 + 2)$ 却完全靠你自己运算。难怪论文写得长了。太长了，建议他加以简化。

本文第一段最后一句说到的“文献〔10〕”就是这时他以简报形式，在《科学通报》上宣布的，但只提到了结果，尚未公布他的证明。他当时正修改他的长篇小说。就是在这个当口，突然陈景润被卷入了政治革命的万丈波澜。滚滚而来的巨浪冲击了一切剥削阶级的思想意识。史无前例的无产阶级文化大革命，像一颗颗的精神原子弹氢弹的成功试验一样，在神州大地上连续爆炸了。

## 六

无产阶级发动的文化大革命也是政治大革命。狡诈多变的资产阶级不得不负隅顽抗，作垂死的挣扎。人类历史上从来没有过这样伟大的群众运动。整个人类的四分之一，不分男女老少，一齐动员起来。壮丽的大革命，把工、农、兵，劳动群众和知识分子，还有圣徒和魔鬼，一古脑儿卷了进去。检举和被检举，揭发和被揭发，批评和反批评，批判和自我批判。人人触及了灵魂；三千年积污要涤荡。我们的生活朝气蓬勃了；生活中大量的阴暗东西就自行暴露了。渣滓浮上表面了；驱除它们就容易了。我们社会主义社会的主要方面，光明面，毫光四射了；阴暗东西的危害之大，也就越加明显了。

这是进步与倒退，真理与谬论，光明和黑暗的搏斗，无产阶级巨人与资产阶级怪兽的搏斗！中国发生了内战。到处是有组织的激动，有领导的对战，有秩序的混乱。无产阶级的革命就是经常自己批判自己。一次一次的胜利；一次一次的反复。把仿佛已经完成的事情，一次一次的重新来过，把这些事情再做一遍，每一次都有了新的提高。它搜索自己的弱点、缺点和错误，毫不留情。像马克思说过的要让敌人更加强壮起来，自己则再三往后退却，直到无路可退了，才作罗陀斯岛上的跳跃；粉碎了敌人，再在玫瑰园里庆功。只见一个一个的场景，闪来闪去，风驰电掣，惊天动地。一台一台的戏剧，排演出来，喜怒哀乐，淋漓尽致；悲欢离合，动人心肺。一个一个的人物，登上场了。有的折戟沉沙，死有余辜；四大家族，红楼一梦；有的昙花一现，萎谢得好快呵。

乃有青松翠柏，虽死犹生，重于泰山，浩气长存！有的是国杰豪英，人杰地灵；干将莫邪，千锤百炼；拂钟无声，削铁如泥。一页一页的历史写出来了，大是大非，终于有了无私的公论。肯定——否定——否定之否定。化妆不经久要剥落；被诬的终究要昭雪。种籽播下去，就有收获的一天。播什么，收什么。

天文地理要审查；物理化学要审查。生物要审查；数学也要审查。陈景润在无产阶级文化大革命中受到了最严峻的考验。老一辈的数学家受到了冲击，连中年和年轻的也跑不了。庄严的科学院被骚扰了；热腾腾的实验室冷清清了。日夜的辩论；剧烈的争吵。行动胜于语言；拳头代替舌头。无产阶级文化大革命像一个筛子。什么都要在这筛子上过滤一下。它用的也是筛法。该筛掉的最后都要筛掉；不该筛掉的怎么也筛不掉。

曾经有人强调了科学工作者要安心工作，钻研学问，迷于专业。陈景润又被认为是这种所谓资产阶级科研路线的“安钻迷”典型。确实他成天钻研学问。不关心政治，是的，但也参加了历次的政治运动。共产党好，国民党坏，这个朴素的道理他非常之分明。数学家的逻辑像钢铁一样坚硬；他的立场站得稳。他没有犯过什么错误。在政治历史上，陈景润一身清白。他白得像一只仙鹤。鹤羽上，污点沾不上去。而鹤顶鲜红；两眼也是鲜红的，这大约是他熬夜熬出来的。他曾下厂劳动，也曾用数学来为生产服务，尽管他是从事于数论这一基础理论科学的。但不关心政治，最后政治要来关心他。并且，要狠狠的批评他了。批评得轻了，不足以触动他。

只有触动了他，才能使他今后注意路线关心政治。批评不怕过分，矫枉必须过正。但是，能不能一推就把他推过敌我界线？能不能将他推进“专政队”里去？尽量摆脱外界的干扰，以专心搞科研又有何罪？

善意的误会，是容易纠正的。无知的嘲讽，也可以谅解的。批判一个数学家，多少总应该知道一些数学的特点。否则，说出了糊涂话来自己还不知道。陈景润被批判了。他被帽子工厂看中了：修正主义苗子，安钻迷，白专道路典型，白痴，寄生虫，剥削者。就有这样的糊涂话：这个人，研究（ $1 + 2$ ）的问题。他搞的是一套人们莫名其妙的数学。让哥德巴赫猜想见鬼去吧！（ $1 + 2$ ）有什么了不起！ $1 + 2$ 不等于3吗？

此人混进数学研究所，领了国家的工资，吃了人民的小米，研究什么 $1 + 2 = 3$ ，什么玩艺儿？！伪科学！

说这话的人才像白痴呢。

并不懂得数学的人说出这样的话，那是可以理解的，可是说这些话的人中间，有的明明是懂得数学，而且是知道哥德巴赫猜想这道世界名题的。那么，这就是恶意的诽谤了。权力使人昏迷了；派性叫人发狂了。

理解一个人是很难的。理解一个数学家也不容易。至于理解一个恶意的诽谤者却很容易，并不困难。只是陈景润发病了，他病重了。钢铁工厂也来光顾了。陈景润听着那些厌恶与侮辱他的，唾沫横飞的，听不清楚的言语。他茫然直视。

他两眼发黑，看不到什么了。他像发寒热一样颤抖。一阵阵刺痛的怀疑在他脑中旋转。血痕印上他惨白的面颊。一块青一块黑，一种猝发的疾病临到他的身上。他眩晕，他休克，一个倒栽葱，从上空摔到地上。“资产阶级认为最革命的事件，实际上却是最反革命的事件。果实落到了资产阶级脚下，但它不是从生命树上落下来，而是从知善恶树上落下来的。”

（马克思：《雾月十八日》——二）

## 七

台风的中心是安静的。

过了一段时间，不知是多少天多少月？“专政队”的生活反倒平静无事了。而旋卷在台风里面的人却焦灼着、奔忙着、谋划着、叫嚷着、战斗着，不吃不睡，狂热地保护自己的派性，疯狂地攻击对方的派性。他们忙着打派仗，竟没有时间来顾及他们的那些“专政”对象了。这时有一个老红军，主动出来担当了看守他们的任务。实际是一个热情的支持者，他保护了科学家们，还允许他们偷偷地看书。

待到工人宣传队进驻科学院各所以后，陈景润被释放了，可以回到他自己的小房间里去住了。不但可以读书，也可以运算了。但是总有一些人不肯放过了他。每天，他们来敲敲门，来查查户口，弄得他心惊肉跳，不得安身。有一次，带来了克丝钳子；存心不让他看书，把他房间里的电灯较了下来，拿走了。还不够，把开关拉线也剪断了。

于是黑暗降临他的心房。

但是他还得在黑暗中活下去呵，他买了一只煤油灯。又深怕煤油灯光外露，就在窗子上糊了报纸。他挣扎着生活，简直不成样子。对搞工作的，扣他们工资；搞打砸抢的，反而有补贴。过了这样久心惊肉跳的生活，动辄得咎，他的神经极度衰弱了。工作不能做，书又不敢读。工宣队来问：为什么要搞  $1 + 1 = 2$  以及  $1 + 2 = 3$  呢？他哭笑不得，张皇失措了。

他语无伦次，不知道怎样对师傅们解说才能解释清楚。工人同志觉得这个人

奇怪。但是他还是给他们解释清楚了。这 $(1+1)(1+2)$ 只是一个通俗化的说法，并不是日常所说的 $1+1$ 和 $1+2$ 。好像我们说一个人是纸老虎，并不就是老虎了。

弄清楚了之后，工人师傅也生气地说：那些人为什么要胡说？

他们也热情支持他，并保护他了。

“九一三”事件之后，大野心家已经演完了他的角色，下场遗臭万年去了。陈景润听到这个传达之后，吃惊得说不出话来。这时，情况渐渐地好转。可是他却越加成了惊弓之鸟。

激烈的阶级斗争使他无所适从。唯一的心灵安慰从来就是数学。他只好到数论的大高原上去隐居起来。现在也允许他这样做，继续向数学求爱了。图书馆的研究员出身的管理员也是他的热情支持者。事实证明，热情的支持者，人数众多。他们对他好，保护他。他被藏在一个小书库的深深的角落里看书。由于这些研究员的坚持，数学研究所继续订购世界各国的文献资料。这样几年，也没有中断过；这是有功劳的。他阅读，他演算，他思考。情绪逐步地振作起来。但是健康状况却越加严重了。他从不说；他也不顾。他又投身于工作。白天在图书馆的小书库一角，夜晚在煤油灯底下，他又在攀登，攀登，攀登了，他要找寻一条一步也不错的最近的登山之途，又是最好走的路程。

敬爱的周总理，一直关心着科学院的工作，腾出手来排除帮派的干扰。半个月之前，有一位周大姐被任命为数学研究所的政治部主任。由解析数论、化数数论等学科组成的五学科室恢复了上下班的制度。还任命了支部书记，是个工农出身的基层老干部，当过第二野战军政治部的政治干事。

到职以后，书记就到处找陈景润。周大姐已经把她所了解的情况告诉了他。但他找不到陈景润。他不在办公室里，办公室里还没有他的办公桌。他已经被人忘记掉了。可是他们会了面，会面在图书馆小书库的一个安静的角上。

刚过国庆，十月的阳光普照。书记还只穿一件衬衣，衰弱的陈景润已经穿上棉袄。

“李书记，谢谢你，”陈景润说，他见人就谢。“很高兴，”

他说了一连串的很高兴。他一见面就感到李书记可亲。“很高兴，李书记，我很高兴，李书记，很高兴。”

李书记问他，“下班以后，下午五点半好不好？我到你屋去看看你。”

陈景润想了一想就答应了，“好，那好，那我下午就在楼门口等你，要不你会找不到的。”

“不，你不要等我，”李书记说。“怎么会找不到呢？找得到的。完全用不到等的。”

但是陈景润固执地说，“我要等你，我在宿舍大楼门口等你。不然你找不到。你找不到我就不好了。”

果然下午他是在宿舍大楼门口等着的。他把李书记等到了，带着他上了三楼，请进了一个小房间。小小房间，只有六平方米大小。这房间还缺了一只角。原来下面二楼是个锅炉房。长方形的大烟囱从他的三楼房间中通过，切去了房间的六分之一。房间是刀把形的。显然它的主人刚刚打扫过清理过这间房了。但还是不太整洁。窗子三幅，糊了报纸，糊得很严实。尽管秋天的阳光非常明丽，屋内光线暗淡得很。纱窗之上，是羊尾巴似的卷起来的窗纱。窗上缠着绳子，关不严。虫子可以飞出飞进。李书记没有想到他住处这样不好。他坐到床上，说：“你床上还挺干净！”

“新买了床单。刚买来的床单，”陈景润说。“你要来看看我。我特地去买了床单，”指着光亮雪白的兰格子花纹的床单。

“谢谢你，李书记，我很高兴，很久很久了，没有人来看望……”

看望过我了。”他说，声音颤抖起来。这里面带着泪音。霎时间李书记感到他被这声音震撼起来。满腔怒火燃烧。这个党的工作者从来没有这样激动过。不象话；太不象话了！这房间里还没有桌子。六平方米的小屋，竟然空如旷野。一捆捆的稿纸从屋角两只麻袋中探头探脑地露出脸来。只有四叶暖气片的暖气上放着一只饭盒。一堆药瓶，两只暖瓶。连一只矮凳子也没有。怎么还有一只煤油灯？他发现了，原来房间里没有电灯。“怎么？”他问，“没有电灯？”

“不要灯，”他回答，“要灯不好。要灯麻烦。这栋大楼里，用电炉的人家很多。电线负荷太重，常常要检查线路，一家家的都要查到。但是他们从来不查我。我没有灯，也没有电线。要灯不好，要灯添麻烦了，”说着他凄然一笑。

“可是你要做工作。没有灯，你怎么做工作？说是你工作得很好。”

“哪里哪里。我就在煤油灯下工作；那，一样工作。”

“桌子呢？你怎么没有桌子？”

陈景润随手把新床单连同褥子一起翻了起来，露出了床板，指着说，“这不

是？这样也就可以工作了。”

李书记皱起了眉头，咬牙切齿了。他心中想着：“唔，竟有这样的事！在中关村，在科学院呢。糟蹋人呵，糟蹋科学！”

被糟蹋成了这个状态。”一边这样想，一边又指着羊尾巴似的窗纱问道，“你不用蚊帐？不怕蚊虫咬？”

“晚上不开灯，蚊子不会进来。夏天我尽量不在房间里耽着。现在蚊子少了。”

“给你灯，”李书记加重了语气说，“接上线，再给你桌子，书架，好不好？”

“不好不好，不要不要，那不好，我不要，不……不……”

李书记回到机关。他找到了比他自己早到了才一个星期的办公室老张主任。主任听他说话后，认为这一切不可能，“瞎说！怎么会没有灯呢？”李书记给他描绘了小房间的寂寞风光。那些身上长刺头上长角的人把科学院搅得这样！立刻找来了电工。电工马上去装灯。灯装上了，开关线也接上了，一拉，灯亮了。陈景润已经俯伏在一张桌子之上，写起来了。

光明回到陈景润的心房。

八

（他写着，写着）……………

……………

[论文摘录略——东西文库注]

何等动人的一页又一页篇页！这些是人类思维的花朵。这些是空谷幽兰、高寒杜鹃、老林中的人参、冰山上的雪莲、绝顶上的灵芝、抽象思维的牡丹。这些数学的公式也是一种世界语言。学会这种语言就懂得它了。这里面贯穿着最严密的逻辑和自然辩证法。它是在探索太阳系、银河系、河外系和宇宙的秘密，原子、电子、粒子、层子的奥妙中产生的。但是能升登到这样高深的数学领域去的人，一般地说，并不很多。

且让我们这样稍稍窥视一下彼岸彼土。那里似有美丽多姿的白鹤在飞翔舞蹈。你看那玉羽雪白，雪白得不沾一点尘土；而鹤顶鲜红，而且鹤眼也是鲜红的。

它踟躅徘徊，一飞千里。还有乐园鸟飞翔，有鸾凤和鸣，姣妙、娟丽，变态无穷。在深邃的数学领域里，既散魂而荡目，迷不知其所之。

闵嗣鹤老师却能够品味它，欣赏它，观察它的崇高瑰丽。

他当时说过，“陈景润的工作，最近好极了。他已经把哥德巴赫猜想的那篇论文写出来了。我已经看到了，写得极好。”

“你的论文写出了，”一位军代表问陈景润，“为什么不拿出来？”陈景润回答他：“正做正做，没有做完。”军代表说，“希望你早日完成。”

室里的领导老田对李书记说，“可以动员动员他，让他拿出来。但也不急。他不拿出来，自然有他的道理的。”

李书记问了问他，陈景润说，“有人还在骂我，说我不交论文是因为现在没有稿费了。说是恢复了稿费我就会交了。”

李书记追了他一句，“谁这样说你？”他回答，“你不要问了。”

谢谢你，你可别去问呵！问了我更麻烦了。没有稿费，谢天谢地。我不要稿费。我压根儿也没有想到它。那个稿子我还在做。我确实没有做完。”

## 九

“我确实还没有做完。我的论文是做完了，又是没有做完的。自从我到数学研究所以来，在严师、名家和组织的培养、教育、熏陶下，我是一个劲儿钻研。怎么还能干别的事？不这样怎么对得起党？在世界数学的数论方面三十多道难题中，我攻了了六七道难题，推进了它们的解决。这是我的必不可少的锻炼和必不可少的准备。然后我才能向哥德巴赫猜想挺进。为此，我已经耗尽了我的心血。

“一九六五年，我初步达到了 $(1 + 2)$ 。但是我的解答太复杂了，写了两百多页的稿子。数学论文的要求是（一）正确性，（二）简洁性。譬如从北京城里走到颐和园那样，可有许多条路，要选择一条最准确无错误，又最短最好的道路。我那个长篇论文是没有错误，但走了远路，绕了点儿道，长达两百多页，也还没有发表。国外没有承认它，也没有否认它，因为它没有发表。从那年到今天已经过去了七年。

“这个事是比较困难的，也是难于被人理解的。从学习外语来说，我是在中



学里就学了英语，在大学里学的俄语；在所里又自学了德语和法语。我勉强可以阅读而且写写了。又自学了日语、意大利语和西班牙语，到了勉强可以阅读外国资料和文献的程度。因而在借鉴国外的经验和成就时，可以从原文阅读，用不到等人翻译出来了再读。这是必不可少的一个条件。我必须检阅外国资料的尽可能的全部总和，消化前人智慧的尽可能不缺的全部的果实。而后我才能在这样的基础上解答（1 + 2）这样的命题。

“我的成果又必须表现在这样的一篇论文中，虽然是专业性质的论文，文字是比较简单的；尽管是相对地严密的，又必须是绝对地精确的。若干地方就是属于哲学领域的了。所以我考虑了又考虑，计算了又计算，核对了又核对，改了又改，改个没完。我不记得我究竟改了多少遍？科学的态度应当是最严格的，必须是最严格的。

“我知道我的病早已严重起来。我是病入膏肓了。细菌在吞噬我的肺腑内脏。我的心力已到了衰竭的地步。我的身体确实是支持不了啦！唯独我的脑细胞是异常的活跃，所以我的工作停不下来。我不能停止。……”

十

一九七三年二月，春节来临。

早一天，数学研究所的周大姐说，佳节前后，要特别关心一下病号。她说：“那些老八路的作风，那些过去部队里形成的作风，我们千万不能丢掉了。尤其像陈景润那样的同志，要关心他，他很顽强。他病得起不来了，但又没有起不来的时候。在任何情况下挣扎起来，他坚持工作。他为什么？他为谁？为他自己吗？为他自己，早就不干了。不是，他是为人民，为党工作。我们要去慰问他。也要慰问单位里所有的病人。”

其实，外表看来魁梧，说话声音洪亮的周大姐自己也是一个力疾从公，患有心脏病，应当受到慰问的人。

大年初一早晨，周大姐和几个书记，包括李书记，一行数人，把头天买好了的苹果、梨子装进一些塑料网线袋子。若干袋子大家分头提了，然后举步出发，慰问病人。他们先到陈景润那里。他住得最近。

陈景润正从楼梯上走下来。大家招呼他。他很惊讶，来了这许多的领导同志。周大姐说，“过春节，我们看你来了，你的病好点了吧。”李书记也说，“新年好，给你贺新年。”陈景润说，“噢，今天是新年了呵？我很高兴，谢谢你们，谢谢你们。新年好，你们好。”李书记说，“到你屋里去坐坐吧。”

“不，不行，”陈景润说，“你没有先给我打招呼，不能进去。”

周大姐沉吟了一下，说“好吧，我们就不去了。李书记，你给他送水果上楼吧。我们还上别家去，你回头再赶上我们好了。”李书记说，“好。”周大姐和陈景润握手，并祝他早日恢复健康，然后转过身走了。李书记把水果袋递给陈景润说：“春节了。这是组织上送给你的。希望你在新的一年里，多给党做点工作。”“不要水果，不要水果，”陈景润推却了，“我很好，我没有病，没有什么……这点点病，呃……呃，谢谢你，我很高兴。”说着说着他收下了水果。李书记说，“上你屋聊聊？”他又张口拦住，“不，不要进屋了，你没有给我打招呼。”

李书记说，“那好，我不上去了。你有什么事，随时告诉我。我也得去追上他们，到别家去看望看望。”于是握手作别，他返身走。刚走两步，后面又叫，“李书记，李书记！”陈景润又追过来，把水果袋子给了李书记，并说，“给你家的小孩吃吧。我吃不了这多。我是不吃水果的。”李书记说，“这是组织上给你的，不过表示表示，一点点的心意罢了。要你好好保养身体，可以更好地工作。你收下吧，吃不下，你慢慢的吃吧。”

他默然收下了。他噙着泪送李书记到大楼门口。李书记扬手走了，赶上了周大姐他们的行列。陈景润望着李书记的背影，凝望着周大姐一行人的背影模糊地消失在中关村路林荫道旁的切面铺子后面了。突然间，他激动万分。他回上楼，见人就讲，并且没有人他也讲。“从来所领导没有把我当作病号对待，这是头一次；从来没有人带了东西来看望我的病，这是头一次。”他举起了塑料袋，端详它，说，“这是水果，我吃到了水果，这是头一次。”

他飞快地进了小屋。一下子把自己反锁在里面了。

他没有再出来。直到春节过去了。头一天上班，陈景润把一叠手稿交给了李书记，说：“这是我的论文。我把它交给党。”

李书记看看他，又轻声问他：“是那个（1 + 2）？”

“是的，闵老师已看过，不会有错误的，”陈景润说。

数学研究所立即组织了一次小型的学术报告会。十几位专家，听了陈景润的报告，一致给以高度评价。然后，数学研究所业务处将他的论文上报院部。

十一

以上就是陈景润的著名论文：《大偶数表为一个素数及一个不超过二个素数的乘积之和》的“（三）结果”。作为结果的定理就是那个“陈氏定理”。

四月中的一天，中国科学院在三里河工人俱乐部召开全院党员干部大会。武衡同志在会上作报告。他说到数学研究所一位中级的研究员作出了世界水平的重大成果。当时没说人名，听到了，还不知说谁？李书记在座中，捅了一下旁边的人。“干什么？”那人说。他问，“你听到没有？”“怎么啦？”

那人又说。“这活儿是陈景润做出来的呵！”“噢？还这么重要？”

那人说。“这是世界名题。真不简单！”

第二天，新华社记者来访。他见到了陈景润，谈了话，进他房间看了看。回去就写出一篇报道，立即在内部刊物上发表。其中，说到了陈景润的经历；他刻苦钻研的精神；重大的科研成果以及他现在还住在一间烟熏火烤的小房间里。生活条件很差！疾病严重！！生命垂危!!!

伟大领袖和导师毛主席看到了这篇报道，立即作出了指示。

当天深夜，武衡同志走进了陈景润的小房间。

他立即被送进医院，由首都医院内科主任和卫生部一位副部长给他作了全面的身体检查。他患有多种疾病。他们要他立即住院疗养，他不肯。于是，向他传达了毛主席的指示。

他一共住院一年半。

在住院期间，敬爱的周总理曾亲自和英明领袖华主席（当时是副总理）安排了陈景润的全国人民代表席位。在第四届全国人民代表大会上，陈景润见到了周总理，并和总理在一个小组里开会。人代会期间，当他得知总理的病时，当场哭了起来，几夜睡不着觉。大会后，他仍回医院治疗。

当他出院的时候，医院的诊断书上写着：“经住院治疗后，一般情况较好。精神改善；体温正常。

体重增加十斤；饮食睡眠好转。腹痛腹胀消失；二肺未见活动性病灶。心电

图正常；脑电图正常。肝肾功能正常；血沉及血象正常。”

关于他的工作和健康，华主席也非常关怀，并亲自作过几次批示。

早在他的论文发表时，西方记者迅即获悉，电讯传遍全球。国际上的反响非常强烈。英国数学家哈勃斯丹和西德数学家李希特的著作《筛法》正在印刷所校印。他们见到了陈景润的论文立即要求暂不付印，并在这部书里加添了一章，第十一章：“陈氏定理”。他们誉之为筛法的“光辉的顶点”。在国外的数学出版物上，诸如“杰出的成就”、“辉煌的定理”，等等，不胜枚举。一个英国数学家给他的信里还说，“你移动了群山！”

真是愚公一般的精神呵！或问：这个陈氏定理有什么用处呢？它在哪些范围内有用呢？

大凡科学成就有这样两种：一种是经济价值明显，可以用多少万，多少亿人民币来精确地计算出价值来的，叫做“有价之宝”；另一种成就是在宏观世界、微观世界、宇宙天体、基本粒子、经济建设、国防科研、自然科学、辩证唯物主义哲学等等等等之中有这种那种作用，其经济价值无从估计，无法估计，没有数字可能计算的，叫做“无价之宝”，例如，这个陈氏定理就是。

现在，离开皇冠上的明珠，只有一步之遥了。

但这是最难的一步。且看明珠归于谁之手吧！

## 十二

陈景润曾经是一个传奇式的人物。关于他，传说纷纭，莫衷一是。有善意的误解、无知的嘲讽，恶意的诽谤、热情的支持，都可以使得这个人扭曲、变形、砸烂或扩张放大。理解人不容易；理解这个数学家更难。他特殊敏感、过于早熟、极为神经质、思想高度集中。外来和自我的肉体与精神的折磨和迫害使得他试图逃出于世界之外。他相当成功地逃避在纯数学之中，但还是藏匿不了。纯数学毕竟是非常现实的材料反映。“这些材料以极度抽象的形式出现，这只能在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。”（恩格斯）陈景润通过数学的道路，认识了客观世界的必然规律。他在诚实的数学探索中，逐步地接受了辩证唯物论的世界观。没有一定的世界观转变，没有科学院这样的集体和党的关怀，他不可能对哥

德巴赫猜想作出这辉煌贡献。正是无产阶级文化大革命不可抗拒地促使他突变。被冷酷地逐出世界的人，被热烈的生命召唤了回来。帮派体系打击迫害，更显出党的恩惠温暖。冲击对于他好像是坏事；也是好事，他得到了锻炼而成长了。没有无产阶级文化大革命，他不可能写出如此成熟的论文。病人恢复了健康。畸零人成了正常人。正直的人已成为政治的人。多余的人，为国增了光。他进步显著，他坚定抗击了“四人帮”对他的威胁与利诱。无所不用其极地威胁他诬陷邓副主席，他不屈！许以高官厚禄，利诱他向人妖效忠，他不动！真正不简单！数学家的逻辑像钢铁一样坚硬！今后，可以信得过，他不会放松了自己世界观的继续改造。他生下来的时候，并没有玫瑰花，他反而取得成绩。而现在呢？应有所警惕了呢，当美丽的玫瑰花朵微笑时。

1977年9月于中关村

哥德巴赫猜想是世界近代三大数学难题之一。1742年，由德国中学教师哥德巴赫在教学中首先发现的。

1742年6月7日哥德巴赫写信给当时的大数学家欧拉，正式提出了以下的猜想：a.任何一个大于6的偶数都可以表示成两个素数之和。b.任何一个大于9的奇数都可以表示成三个素数之和。

这就是哥德巴赫猜想。欧拉在回信中说，他相信这个猜想是正确的，但他不能证明。

从此，这道数学难题引起了几乎所有数学家的注意。哥德巴赫猜想由此成为数学皇冠上一颗可望不可及的“明珠”。

中国数学家陈景润于1966年证明：任何充分大的偶数都是一个质数与一个自然数之和，而后者可表示为两个质数的乘积。”通常这个结果表示为 $1+2$ 。这是目前这个问题的最佳结果。

“ $1+2$ ”应该是你所说的第一个，即陈景润把它证明到了“任何充分大的偶数都是一个质数与一个自然数之和，而后者仅仅是两个质数的乘积。”

这也是目前的最佳证明结果！

说说这个历史就很容易明白！哥德巴赫猜想是个大家都很熟悉的数论问题，它的问题提出很简单即使没怎么学过数学的人也能明白是什么意思，但是证明却很困难，这也是此类问题的普遍特点，比如更加有名但是已经被证明的费尔马大定理！

哥德巴赫是个数学老师，他发现了这个普遍符合的规律于是写信给欧拉提出了以下的两个想法：

(a) 任何一个 $\geq 6$ 之偶数，都可以表示成两个奇质数之和。

(b) 任何一个 $\geq 9$ 之奇数，都可以表示成三个奇质数之和。

但是欧拉也没有能够解决，于是人们开始试着证明能否把证明的思路改进到先证明为几个质数乘积的和！

值得一提的是，中国的王元先证明了“ $3 + 4$ ”即“3个质数的乘积加4个质数的乘积”！王元先後又证明了“ $3 + 3$ ”和“ $2 + 3$ ”。最后中国的陈景润证明了“ $1 + 2$ ”。)